Práctica 4. Investigación Operativa

1º Grado EII UMA

Estadística e Investigación Operativa

Antoni Torres Signes

Área de Estadística e Investigación Operativa
Facultad de Ciencias
UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Tabla de contenidos

P3.1. Método gráfico para la resolución de un problema de programación lineal

Solución gráfica de un problema de PL

- Existe una gran cantidad de programas y *software* para la resolución de problemas de programación lineal (PL).
- Además de programas específicos de alto nivel como MatLab, Mathematica, R, etc., existe también *software* de dominio libre que permite alcanzar los objetivos a un nivel introductorio, como se plantea en el presente curso.
- En este sentido, utilizamos el sitio web:

  `http://reshmat.ru/graphical_method_lpp.html`
- Esta es una aplicación intuitiva que permite la obtención del desarrollo del problema de PL, paso a paso.
- Solamente requiere la indicación del tipo de función objetivo, coeficientes y restricciones.
- Vemos su aplicación mediante el desarrollo de un ejemplo y un ejercicio.

Ejemplo de la Relación

Ejemplo (Ejercicio 3)

La siguiente tabla indica los costos (C.) de recursos utilizados por unidad producida y la cantidad disponible (D.) de recursos a considerar en un problema de PL para maximizar beneficios (B.) según dos productos (P.), F y G, y cuatro recursos (R.), H, I, J, K.

R.	C. P. F	C. P. G	D.
H	4	2	4
I	3	6	6
J	3	3	4
K	–	4	3
B. por unidad	12	8	

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Ejemplo de la Relación

Ejemplo (Ejercicio 3, continuación)

(a) *Formular el problema de PL.*

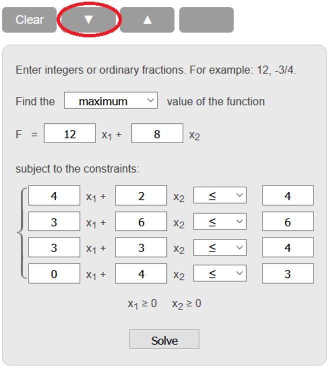
$$\begin{array}{ll} \text{max.} & Z = 12x_1 + 8x_2, \\ \text{s. a} & 4x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & 3x_1 + 6x_2 \leq 6 \\ & 3x_1 + 3x_2 \leq 4 \\ & 4x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{array}$$

Ejemplo de la Relación

Ejemplo (Ejercicio 3, continuación)

(b) *Obtenga el gráfico con la región factible.*

Introducimos la formulación anterior en el sitio web comentado anteriormente, dentro de la pestaña del método gráfico (*Graphical Method*). Según la formulación, necesitamos dos restricciones más, que podemos añadir mediante el icono del triángulo.



Ejemplo de la Relación

Ejemplo (Ejercicio 3, continuación)

(c) *Obtenga la solución óptima del problema.*

The function F has a maximum value at the point where the "red" straight line crosses the region of feasible solutions for the last time.

Function F has a maximum value at point A. (see picture)

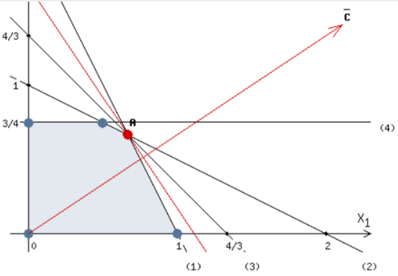
Let's find the coordinates of point A.

Point A is on the straight line (1) and on the straight line (2) at the same time.

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{matrix} x_1 = 2/3 \\ x_2 = 2/3 \end{matrix}$$

Let's calculate the value of the function F at point A (2/3,2/3).

F (A) = 12 * 2/3 + 8 * 2/3 = 40/3



Big pictures

Result:

$x_1 = 2/3$

$x_2 = 2/3$

$F_{max} = 40/3$

Comment: if there is any doubt that the function F has a maximum at point A, you should find the value of the function F at the point of interest and compare it to F (A).

Ejercicio propuesto

Ejercicio

Una empresa que tiene dos sedes, una en Málaga y otra en Marbella, ha generado 12000 euros de beneficio en el último ejercicio. De ese dinero, se abre un fondo de 5000 euros para primas a sus trabajadores que, según convenio, para el próximo ejercicio podrían ascender hasta 3000 y 5000 euros, respectivamente por sede. El dinero sobrante (el que no entra en el fondo), se utiliza para realizar inversiones en cada sede, de hasta 6000 y 4000 euros, respectivamente por sede, según se den las primas (es decir, que las cantidades guardan la misma relación). El beneficio esperado para el próximo ejercicio es de hasta 8000 y 5000 euros, respectivamente por sede, según la inversión realizada en cada sede. Obtenga cómo repartir el dinero en cada sede de manera que se maximice el beneficio esperado para el próximo ejercicio.

Ejercicio propuesto

Ejercicio (continuación)

(a) *Obtención de la tabla*

(b) *Formulación del problema de PL.*

(c) *Obtención del gráfico con la región factible.*

(d) *Obtención de la solución (o soluciones) óptima del problema.*

(e) *Según el apartado anterior, ¿qué cantidad debería destinarse en concepto de primas en la sede de Marbella?*

(f) *Los sindicatos negocian para eliminar el fondo de primas, es decir, que del beneficio obtenido en el ejercicio anterior, se destinen los 5000 euros, como mínimo, en concepto de primas a los trabajadores. ¿Afecta este cambio a la resolución del problema?*

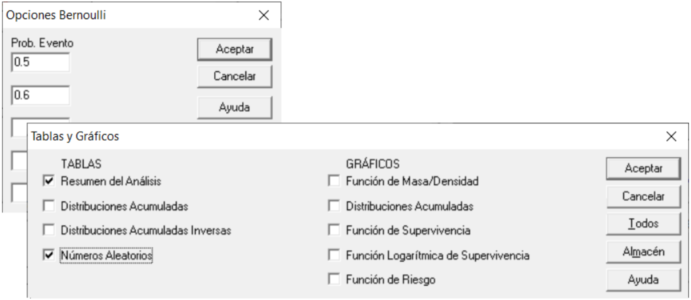
P3.2. Generación de Procesos Estocásticos

Proceso de Bernoulli

- Secuencia de variables aleatorias independientes con idéntica distribución de Bernoulli, $Ber(p)$.
- Por lo tanto, se cumplen las hipótesis:
  - Independencia en las pruebas o ensayos.
  - Homogeneidad en las pruebas o ensayos.

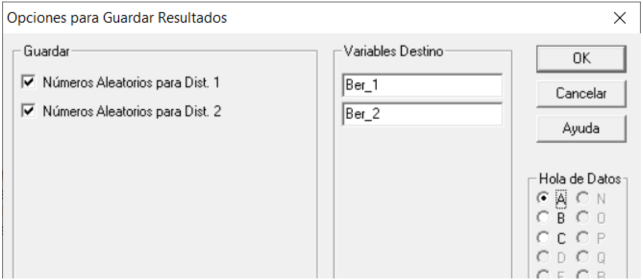
Generación de muestras

- `Describir`
  `> Ajuste de Distribuciones`
  `> Distribuciones de Probabilidad`
- Generamos dos muestras de tamaño 50 de variables aleatorias con distribuciones $Ber(0.5)$ y $Ber(0.6)$



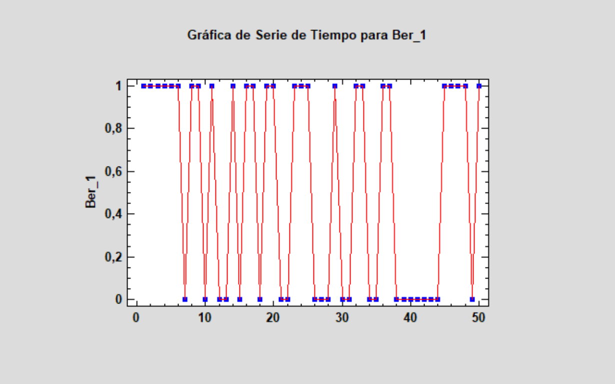
Generación de muestras

- En 'Opciones de Ventana' del panel de Números Aleatorios, le indicamos el tamaño, $n = 50$. Guardamos los resultados en el libro de datos.



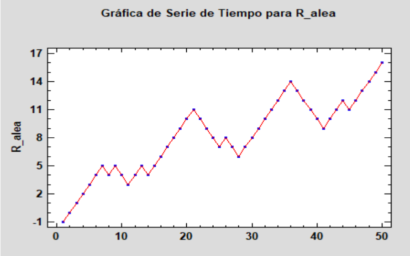
Trayectoria de un proceso

- Describir
  > Series de Tiempo
  > Métodos Descriptivos
- Se indica los datos del proceso generado que queremos analizar (Ber_1).



Recorrido Aleatorio

- Consideremos un caso particular de un *camino aleatorio* en el que del último estado del proceso al siguiente (etapa actual) se desplaza a la derecha o izquierda con probabilidades respectivas p, $1-p$.
- Por lo tanto, a partir de un proceso de Bernoulli con valores 1 o -1, podemos llegar al recorrido aleatorio sin más que considerar en cada etapa la suma acumulada de las etapas anteriores.
- Creamos una columna ('Ber_2_mod'), con la modificación anterior.
- Creamos una columna ('R_alea') a partir de las sumas parciales de la columna anterior ('Ber_2_mod').

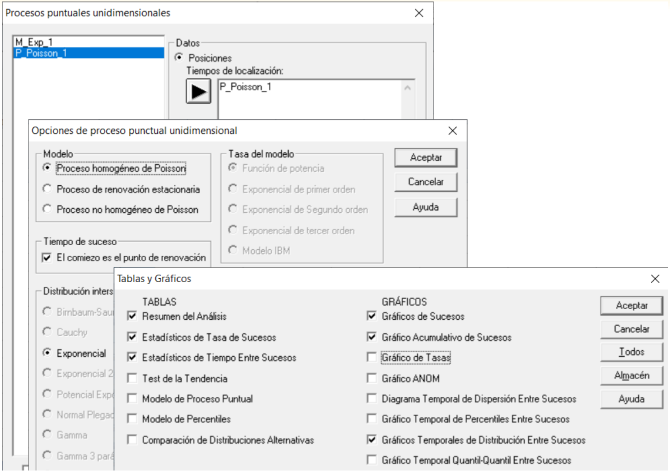


Proceso de Poisson

- Un proceso de Poisson es un proceso puntual. Dentro de los procesos puntuales, el programa permite trabajar con procesos de Poisson homogéneos, de renovación estacionaria y no homogéneos.
- Para generar un proceso de Poisson, necesitamos los puntos definidos en el tiempo, donde se dan las ocurrencias. En concreto, vamos a generar 50 puntos para un proceso de Poisson de razón $\lambda = 5$, en una columna (P_Poisson_1), siguiendo los pasos comentados anteriormente.
- Obtención de la trayectoria:

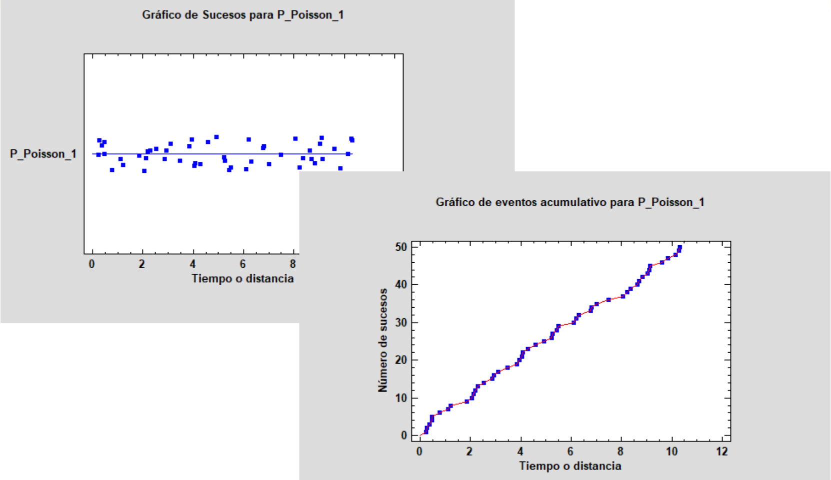
```
Describir
> Procesos Puntuales
> Unidimensional
```

Proceso de Poisson



UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Proceso de Poisson



Práctica 4. Investigación Operativa

1º Grado EII UMA

Estadística e Investigación Operativa

Antoni Torres Signes

Área de Estadística e Investigación Operativa
Facultad de Ciencias
UNIVERSIDAD DE MÁLAGA